

EJERCICIOS REPASO PRAMP

1. Dado el polinomio $P(x) = 2x^4 - 3x^2 + kx - 5$.

- Calcula el valor de k para que el valor numérico de $P(x)$ en $x=2$ sea 3.
- Calcula el valor de k para que el polinomio sea divisible por $(x - 2)$.

2. Simplifica la fracción algebraica $\frac{x^4 - 3x^3 - 18x^2 - 4x + 24}{x^3 - 13x^2 + 48x - 36}$.

3. Factoriza los siguientes polinomios.

- $x^4 - 8x^2 + 16$
- $2xb + yb - 2xa - ya$
- $12xy - 4x^2 - 9y^2 + 4$

4. Simplifica el valor de: $\left(2x - \frac{x}{1 - \frac{1}{x}}\right)\left(2x + \frac{x}{1 - \frac{1}{x}}\right)$

5. Resuelve:

Se considera la función real de variable real

$$f(x) = -x^4 + x^3 + 2x^2$$

- Determine la ecuación de la recta tangente a $f(x)$ en el punto de abscisa $x = -1$.

6. Estudia la continuidad y las asíntotas de la función $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - 1} & \text{si } x < 0 \\ \frac{1}{x - 1} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$.

7. Resuelve las siguientes ecuaciones racionales.

a) $\frac{6x}{2x-4} = \frac{3x^2-1}{x^2-4}$

d) $\frac{6}{x^2-5x+6} + 1 = \frac{9+x}{x-2}$

b) $\frac{2x}{x^2-2x+1} + \frac{1}{4} = \frac{2x+1}{x+1}$

e) $\frac{x+5}{2} + \frac{x^2-1}{x+3} = -2x$

c) $\frac{2x}{x-1} + \frac{x+2}{x+1} = \frac{12x+10}{x^2-1}$

f) $\frac{3x+1}{x+6} + \frac{3x-1}{x^2} = \frac{5x+7}{4x}$

8. Resuelve las siguientes ecuaciones irracionales.

a) $\sqrt{4x+1} = x-1$

d) $\sqrt{2x-1}-1 = \sqrt{x-1}$

b) $x+3 = \sqrt{10x+9}$

e) $\sqrt{3x+7} = 3 - \sqrt{8+7x}$

c) $\frac{2}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x+1}}{x}$

f) $\sqrt{x^2+5} = \sqrt{5x+14} - \frac{x}{2}$

9. Reduce las siguientes expresiones.

a) $\frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+1} - \frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1}$

b) $\log_3 \sqrt[4]{\frac{1}{27}} + \log_{\frac{1}{3}} \left(\frac{1}{81} \right)^{-2}$

10. Estudia la continuidad:

a)

$$f(x) = \frac{-x^3 - 2x^2 + 10x - 4}{2x - 4}$$

b)

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 4 & \text{si } x < 2 \\ x - 2 & \text{si } 2 < x < 3 \\ \frac{2x-8}{x-5} & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

11. Se consideran las funciones: $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x+1}}$ y $g(x) = \sqrt{x+1}$.

a) Calcula el dominio de cada una de ellas.

12. Halla la solución de cada sistema de inecuaciones.

$$\text{a) } \begin{cases} x+y \leq 1 \\ x+2y \geq 1 \end{cases} \qquad \text{b) } \begin{cases} 4x+2y < 8 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

13. Calcula los siguientes límites indicando el tipo de indeterminación a que dan lugar y resolviéndola.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 2x - 1}{-2x^2 + 3x - 5} & \text{d) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x^2 + 1}{x-1} - \frac{4x+1}{2} \right) \\ \text{b) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \sqrt{x-1}}{3x} & \text{e) } \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{2-x} + x) \\ \text{c) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x}{\sqrt{1-x}} & \text{f) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 - 5x - 7}{x+1} \end{array}$$

14. Con el estudio de las asíntotas y la derivada de la función dibuja con la mayor precisión posible las gráficas

$$\begin{array}{l} \text{a. } f(x) = \frac{x-1}{x^2+4} \\ \text{b. } f(x) = \frac{x^2-1}{3x-2} \\ \text{c. } f(x) = 24x - 15x^2 + 2x^3 + 2 \\ \text{d. } f(x) = x^2 - 2x + 1 \end{array}$$

15. Resuelve las derivadas:

a. $f(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3}$

b. $f(x) = (x^2 + 1) \cdot \sqrt{x^3}$

c. $f(x) = \frac{x^2+3}{e^{x^2}}$

d. $f(x) = (\ln(2x))^3$

e. $f(x) = e^{x^2-4x+1}$

16. Resuelve los problemas de probabilidad:

A) Se realiza un sorteo extrayendo sin reposición 3 bolas de una urna en la que se han introducido 5 bolas blancas y 4 bolas negras, explica qué suceso es más probable en cada caso.

- Obtener más bolas negras que blancas o sacar al menos dos bolas negras.
- Que se extraiga una bola negra y dos blancas, o que se extraigan tres bolas del mismo color.
- Que al menos se extraigan dos bolas blancas o que al menos se extraiga una bola negra.

B) Se recogen datos sobre el uso de energías renovables en distintos países de Europa y los resultados muestran que un 65 % de los países utilizan mayoritariamente energía solar, un 2 % utiliza sobre todo energía geotérmica y un 33 % utiliza energía eólica. De los que utilizan energía solar, el 50 % de la población quiere ampliar su uso, un 62 % de la población de los países que utilizan energía geotérmica quiere que se extienda el uso de esta energía y solo el 24 % de los habitantes de los países que utilizan energía eólica desea que se amplíe su uso. Responde:

- Elegido un país al azar, ¿cuál es la probabilidad de que desee que se extienda el uso de la energía renovable que utiliza?
- Si sabemos que en uno de los países no se desea extender el uso de la energía renovable, ¿Qué probabilidad hay de que utilice mayoritariamente energía geotérmica?

C) En un espacio muestral se sabe que para dos sucesos A y B se verifica $P(A \cap B) = 0,1$ $P(A^c \cap B^c) = 0,6$ y $P(A/B) = 0,5$.

- Calcule $P(B)$
- Calcule $P(A \cup B)$

17. Utilizando la tabla de la normal estándar, calcula las siguientes probabilidades.

- | | | |
|----------------------|------------------------------|---------------------------------|
| a) $P(Z < -2,49)$ | d) $P(Z \geq -3,07)$ | g) $P(-2,27 < Z < -1,23)$ |
| b) $P(Z \leq -1,37)$ | e) $P(Z < -0,03)$ | h) $P(-1,08 \leq Z \leq -0,17)$ |
| c) $P(Z > -0,39)$ | f) $P(-1,63 < Z \leq -1,98)$ | ij) $P(-2,5 \leq Z < -1,31)$ |

18. Considera una variable aleatoria $Z \sim N(0,1)$. Calcula las probabilidades siguientes utilizando la tabla.

- | | | |
|---------------------|----------------------------|-------------------------------|
| a) $P(Z < 1,09)$ | d) $P(Z \geq 2,37)$ | g) $P(1,89 < Z < 2,42)$ |
| b) $P(Z \leq 2,21)$ | e) $P(Z < 0,09)$ | h) $P(0,21 \leq Z \leq 1,79)$ |
| c) $P(Z > 0,18)$ | f) $P(1,34 < Z \leq 1,77)$ | ij) $P(0,75 \leq Z < 2,75)$ |

19. Sea una variable que sigue una distribución normal estándar, halla el valor de k en cada caso.

- | | | |
|---------------------------|------------------------|--------------------------------------|
| a) $P(Z < k) = 0,8962$ | c) $P(Z > k) = 0,2266$ | e) $P(-1,08 \leq Z \leq k) = 0,3479$ |
| b) $P(Z \leq k) = 0,2266$ | d) NO | f) $P(k \leq Z \leq 2,78) = 0,051$ |

20. Resuelve el problema:

Tras atracar un establecimiento, los asaltantes tienen solo dos posibles vías de escape: por la avenida principal o por las calles adyacentes. Con probabilidad 0,3 intentarán escapar por la avenida, en cuyo caso la policía los atrapará con probabilidad 0,9. Mientras que si huyen por las calles adyacentes la probabilidad de que consigan fugarse es de 0,25. Calcula la probabilidad de que:

- Los ladrones consigan escapar.
- Los ladrones eligieran la vía principal si es que consiguieron escapar.
- Los ladrones eligieran las vías adyacentes para escapar, si se sabe que han sido alcanzados por la policía.

21. Resuelve el problema:

En una agencia de viajes se ha observado que el 75% de los clientes acude buscando un billete de transporte, el 80% buscando una reserva de hotel. Se ha observado además que el 65% busca las dos cosas. Elegido un cliente de dicha agencia al azar, calcúlese la probabilidad de que:

- Acuda buscando un billete de transporte o una reserva de hotel.
- Sabiendo que busca una reserva de hotel, también busque un billete de transporte.

22. Calcula las siguientes derivadas.

a) $f(x) = x^3 e^{2x-3}$

b) $f(x) = \frac{x}{\ln x}$

c) $f(x) = \frac{x-1}{x^2+4}$

23. Estudia la continuidad de la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } 0 < x < 1 \\ 0 & \text{si } 1 \leq x < 2 \\ x - 1 & \text{si } 2 \leq x < 3 \end{cases}$$

24. Estudia la continuidad de la función. $f(x) = \frac{x-1}{x^2+4}$