

# TEMA – CINEMÁTICA

## OBJETIVOS

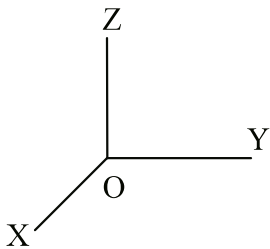
- Comprender la necesidad de un sistema de referencia para analizar un movimiento.
- Distinguir cuándo un cuerpo está en reposo o en movimiento respecto a un determinado sistema de referencia.
- Comprender que el movimiento es relativo.
- Utilizar las expresiones vectoriales en el estudio del movimiento de los cuerpos.
- Identificar la trayectoria de un movimiento.
- Determinar la posición de un móvil mediante su vector de posición y expresarlo correctamente.
- Conocer y utilizar la ecuación del movimiento de un cuerpo.
- Dibujar la trayectoria de un móvil y determinar su ecuación.
- Calcular el vector desplazamiento a partir de los vectores de posición de dos puntos.
- Distinguir el vector desplazamiento de la distancia recorrida.
- Comprender el significado físico de las magnitudes velocidad y aceleración, tanto medias como instantáneas.
- Identificar como vectores las magnitudes velocidad y aceleración, tanto medias como instantáneas.
- Determinar la velocidad media e instantánea de un móvil a partir de su vector de posición.
- Hallar la aceleración media y la aceleración instantánea de un móvil a partir de su velocidad.
- Comprender el significado físico de las componentes intrínsecas de la aceleración y calcularlas.
- Comprender las características fundamentales del movimiento rectilíneo uniforme (MRU) y del movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA).
- Conocer y utilizar adecuadamente las unidades del SI de las magnitudes que caracterizan los movimientos: posición y distancia (m), tiempo (s), velocidad (m/s) y aceleración (m/s<sup>2</sup>).
- Utilizar las ecuaciones del MRU y del MRUA para determinar la posición, la velocidad y la aceleración de un móvil.
- Representar e interpretar las gráficas del MRU y del MRUA.

- Interpretar los movimientos verticales de ascenso y descenso de los cuerpos como MRUA cuya aceleración es la de la gravedad.
- Analizar un movimiento compuesto por dos MRU perpendiculares, descomponerlo en dichos movimientos y usar las ecuaciones del MRU para calcular la posición y la velocidad.
- Analizar un movimiento parabólico, descomponerlo en un MRU y en un MRUA y usar las ecuaciones MRU y del MRUA para calcular la posición, la velocidad y sus parámetros característicos: tiempo de movimiento, alcance y altura máxima.
- Conocer y utilizar adecuadamente las magnitudes propias de los movimientos circulares: ángulo girado por un móvil, velocidad angular.
- Conocer las ecuaciones del movimiento circular uniforme (MCU) y su similitud con las ecuaciones de los movimientos rectilíneo uniforme.

## 1. Concepto de movimiento

Un **sistema de referencia** es un punto o un conjunto de puntos respecto al cual describimos el movimiento de un cuerpo.

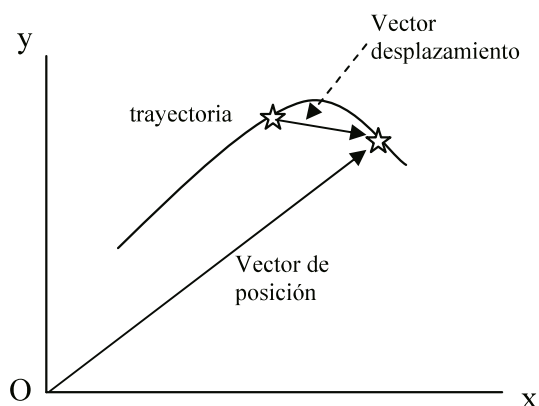
Un objeto se encuentra en **movimiento** con respecto a un determinado sistema de referencia cuando su posición respecto a este sistema varía con el tiempo; en caso contrario, decimos que está en reposo.



### 1.1. Relatividad del movimiento

Todos los cuerpos se mueven; por tanto, no existe un sistema de referencia fijo para todo el universo. Esto significa que no existe el movimiento absoluto; es decir, todos los **movimientos dependen del sistema de referencia** escogido.

## 2- Trayectoria, posición y desplazamiento



Ecuación del movimiento:  $\vec{r} = x.\vec{i} + y.\vec{j}$

Vector desplazamiento:  $\Delta\vec{r} = \vec{r} - \vec{r}_0$

## 3. Velocidad media y velocidad instantánea

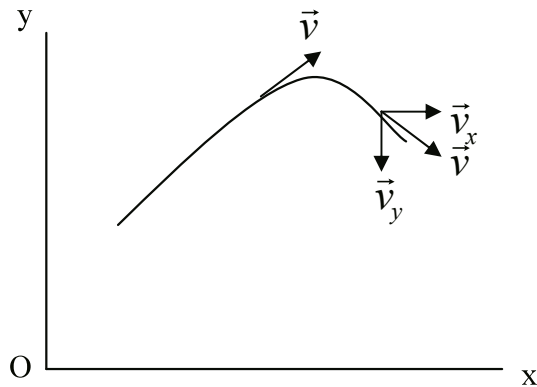
El cociente entre el vector desplazamiento,  $\Delta\vec{r} = \vec{r} - \vec{r}_0$ , y el intervalo de tiempo transcurrido,  $\Delta t = t - t_0$ , recibe el nombre de **vector velocidad media**,  $\vec{v}_m$ . Sus unidades son m/s.

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

El vector al que tiende el vector velocidad media cuando el intervalo de tiempo transcurrido,  $\Delta t$ , tiende a cero se denomina vector velocidad instantánea,  $\vec{v}$ . Es decir es la derivada del vector de posición respecto del tiempo.

El vector velocidad instantánea,  $\vec{v}$ , tiene la dirección de la tangente a la trayectoria en cada punto y el sentido del movimiento.

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$



#### 4. Aceleración media y aceleración instantánea

El cociente entre la variación del vector velocidad instantánea, y el intervalo de tiempo transcurrido,  $\Delta t$  entre dos puntos de la trayectoria recibe el nombre de **vector aceleración media**,  $\vec{a}_m$ .

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

La unidad de la aceleración en el SI es el metro por segundo al cuadrado ( $\text{m/s}^2$ ).

Al tomar intervalos de tiempo cada vez más pequeños ( $\Delta t$  tiende a 0), el vector aceleración media se aproxima al vector aceleración en un instante. Este vector recibe el nombre de **vector aceleración instantánea**,  $\vec{a}$ . Se puede calcular haciendo la derivada de la velocidad respecto del tiempo

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

##### 4.1. Componentes intrínsecas de la aceleración

La **componente tangencial**,  $a_t$ , expresa la variación del módulo de la velocidad. Su valor es:

$$a_t = \frac{\Delta v}{\Delta t} \text{ cuando } \Delta t \rightarrow 0$$

$$a_t = \frac{dv}{dt}$$

La **componente normal**,  $a_n$  expresa la variación de la dirección de la velocidad. Su

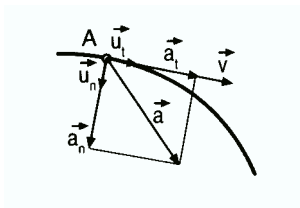
valor es:

$$a_n = \frac{v^2}{R}$$

Ten en cuenta que la componente tangencial,  $a_t$ , será positiva si el módulo de la velocidad aumenta con el tiempo, y negativa si éste disminuye. En cambio, la componente normal,  $a_n$ , siempre es positiva.

El módulo de la aceleración instantánea

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$$



## EJERCICIO DE APLICACIÓN

- Las ecuaciones de un movimiento son:

$$x = t^2 + t + 1$$

$$y = 5t - 3$$

Calcula:

- La posición del móvil a los 2 s.
- Desplazamiento entre 2 y 3 s.
- Velocidad media y aceleración media en el intervalo anterior.
- Aceleración instantánea a los 2 s.
- Ecuación de la trayectoria.
- Componentes intrínsecas de la aceleración y radio de la trayectoria para  $t = 2$  s.

## SOLUCIÓN:

$$\begin{aligned} \text{a) } t = 2 \text{ s; } & \quad x = 2^2 + 2 + 1 \\ & \quad y = 5 \cdot 2 - 3 \end{aligned}$$

$$\vec{r}_2 = 7\vec{i} + 7\vec{j}$$

$$\text{b) } \vec{r}_3 = (7\vec{i} + 7\vec{j})$$

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_3 - \vec{r}_2 = 13\vec{i} + 8\vec{j} - (7\vec{i} + 7\vec{j}) = 6\vec{i} + \vec{j}$$

$$\Delta r = \sqrt{6^2 + 1^2} = \sqrt{37}m$$

$$\text{c) } \vec{v}_m = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = -\frac{6\vec{i} + \vec{j}}{3-2} = 6\vec{i} + \vec{j}$$

$$v_m = \sqrt{6^2 + 1^2} = \sqrt{37}m/s$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = (2t + 1)\vec{i} + 5\vec{j}$$

$$\text{Para } t = 2 \text{ s; } \vec{v}_2 = \frac{d\vec{r}}{dt} = (2t + 1)\vec{i} + 5\vec{j} = (2 \cdot 2 + 1)\vec{i} + 5\vec{j} = 5\vec{i} + 5\vec{j}$$

$$\text{Para } t = 3 \text{ s; } \vec{v}_3 = \frac{d\vec{r}}{dt} = (2t + 1)\vec{i} + 5\vec{j} = (2 \cdot 3 + 1)\vec{i} + 5\vec{j} = 7\vec{i} + 5\vec{j}$$

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_3 - \vec{v}_2}{3-2} = \frac{7\vec{i} + 5\vec{j} - (5\vec{i} + 5\vec{j})}{1} = 2\vec{i}$$

$$a_m = 2m/s^2$$

d)

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = 2\vec{i}m/s^2$$

e)

$$x = t^2 + t + 1$$

$$y = 5t - 3; \text{ Despejamos } t: t = \frac{y+3}{5}$$

Sustituyendo en la ecuación de x:

$$x = \left(\frac{y+3}{5}\right)^2 + \frac{y+3}{5} + 1; \text{ Ecuación de una parábola.}$$

f)

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = (2t + 1)\vec{i} + 5\vec{j}$$

$$v = \sqrt{(2t+1)^2 + 5^2}$$

$$a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{2(2t+1) \cdot 2}{2\sqrt{(2t+1)^2 + 5^2}}$$

Sustituyendo  $t = 2 \text{ s}$ ;  $a_t = 1,41 \text{ m/s}^2$

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$$

$$2 = \sqrt{1,41^2 + a_n^2}$$

Despejando:  $a_n = 1,42 \text{ m/s}^2$

$$v_2 = \sqrt{5^2 + 5^2} = 7,1 \text{ m/s}$$

$$a_n = \frac{v^2}{R}; 1,42 = \frac{7,1^2}{R}$$

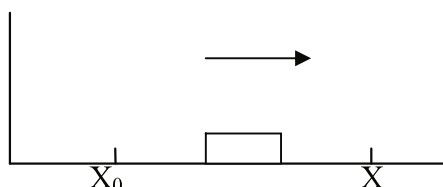
Despejando:  $R = 35,2 \text{ m}$

## MOVIMIENTO RECTILÍNEO Y UNIFORME

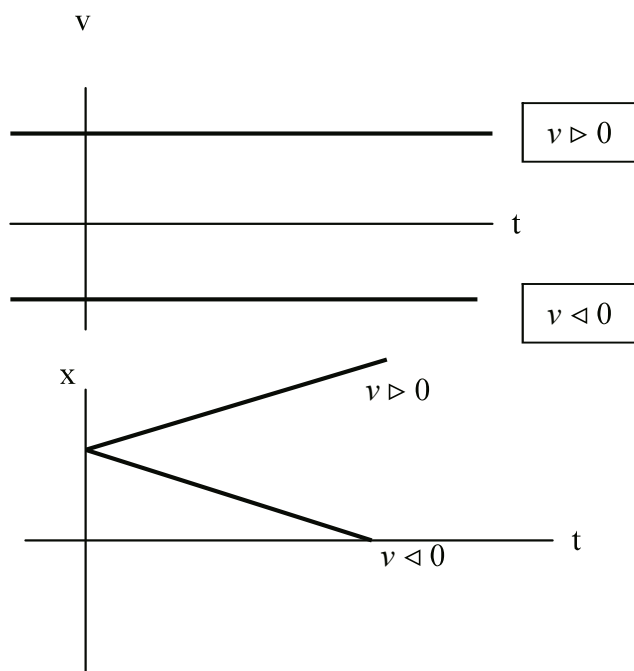
Es aquel en que la velocidad se mantiene constante, en módulo, dirección y sentido-

a) Ecuación del movimiento

$$x = x_0 + v(t-t_0)$$



b) Gráficas del movimiento



### EJERCICIO DE APLICACIÓN

- Un coche pasa por un semáforo con una velocidad de 50 Km/h. Una motocicleta pasa 5 s después por el mismo lugar a 60 Km/h. Si circulan por una calle recta, calcula:
  - a) La distancia en metros entre el semáforo y el punto en el cual la motocicleta alcanza al coche.
  - b) El tiempo que tarda la motocicleta en alcanzar al coche.



## SOLUCIÓN

$$v_1 = 50 \frac{\text{Km}}{\text{h}} \times \frac{1000\text{m}}{1\text{Km}} \times \frac{1\text{h}}{3600\text{s}}$$

$$v_2 = 60 \text{ Km/h} = 16,67 \text{ m/s}$$

$$x_1 = x_0 + v_1(t-t_0) = 13,89.t$$

$$x_2 = x_0 + v_2(t-t_0) = 16,67(t - 5)$$

$$\text{Igualando: } 13,89.t = 16,67(t - 5)$$

$$t = 30 \text{ s}$$

$$\text{Sustituyendo: } x_1 = 13,89.t = 13,89.30 = 416,7 \text{ m}$$

## EJERCICIO PARA EL ALUMNO

- Desde dos pueblos, A y B, separados por una distancia de 10 Km, salen al encuentro dos automóviles con velocidades de 72 Km/h y 108 Km/h. Calcula el tiempo que tardan en encontrarse y su posición en ese instante, medida desde A.

Sol: 200 s; 4000 m.

## MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE ACELERADO

- a) Ecuación de la velocidad

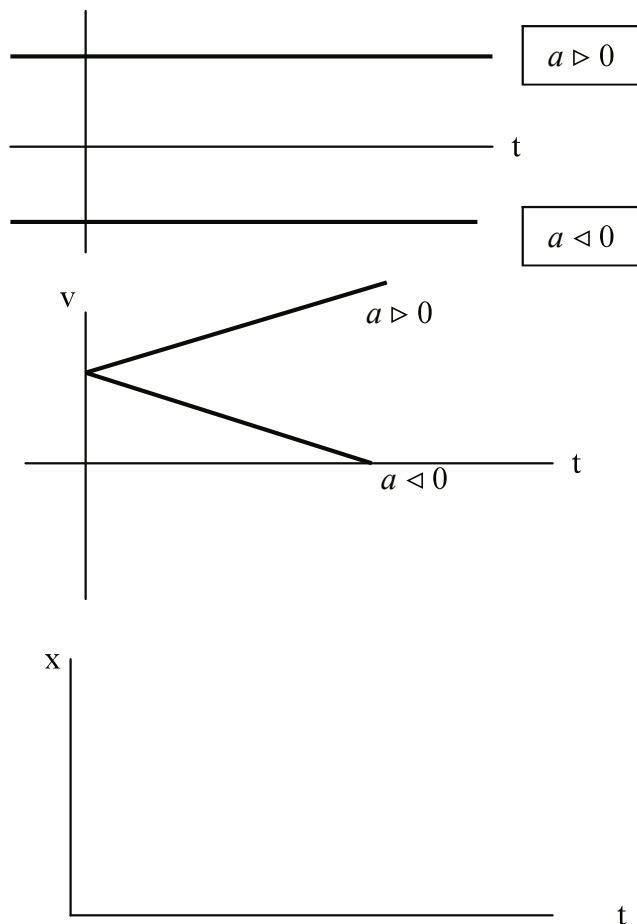
$$\vec{v} = \vec{v}_o + \vec{a}\Delta t$$

- b) Ecuación de la posición

$$\vec{r} = \vec{r}_o + \vec{v}_o\Delta t + \frac{1}{2}\vec{a}\Delta t$$

- c) Gráficas del movimiento

a



d) Movimiento vertical de los cuerpos

Es un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado donde  $a = -9,8 \text{ m/s}^2$

### EJERCICIO DE APLICACIÓN

- Desde una torre de 20 m de altura se deja caer un lápiz. Al mismo tiempo, desde el suelo se lanza verticalmente hacia arriba una tiza con una velocidad inicial de 10 m/s. Determina:
  - a) La posición y la velocidad de ambos objetos cuando se encuentran.
  - b) El tiempo que tardan en encontrarse.

### SOLUCIÓN

$$\vec{v} = \vec{v}_o + \vec{a}\Delta t$$

$$\vec{r} = \vec{r}_o + \vec{v}_o\Delta t + \frac{1}{2}\vec{a}\Delta t$$

$$v_l = -9,8.t$$

$$v_t = 10 - 9,8.t$$

$$r_1 = 20 - \frac{1}{2}9,8.t^2$$

$$r_t = 10.t - \frac{1}{2}.9,8.t^2$$

Cuando se encuentran:

$$r_1 = r_t; 20 - \frac{1}{2}9,8.t^2 = 10.t - \frac{1}{2}.9,8.t^2; t = 2 \text{ s.}$$

$$\text{b) } r_1 = 20 - \frac{1}{2}9,8.t^2 = 20 - \frac{1}{2}9,8.2^2 = 0,4 \text{ m}$$

$$v_1 = -9,8.t = -9,8.2 = -19,6 \text{ m/s}$$

$$v_t = 10 - 9,8.t = 10 - 9,8.2 = -9,6 \text{ m/s}$$

### EJERCICIO PARA EL ALUMNO

- Un montañero situado a 1200 m de altura sobre el campamento lanza una cantimplora verticalmente hacia abajo con una velocidad de 0,5 m/s.

Calcula:

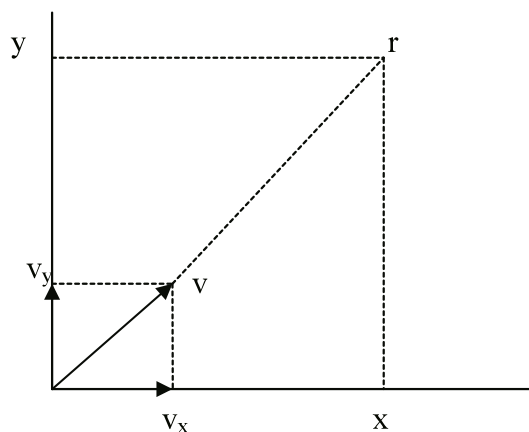
- La velocidad de la cantimplora cuando llega al campamento.
- El tiempo que tarda la cantimplora en llegar al campamento.

Sol: a) - 153,4 m/s; b) 15,6 s.

### COMPOSICIÓN DE MOVIMIENTOS

- Composición de dos MRU perpendiculares

El resultado es otro movimiento rectilíneo uniforme



$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j}$$

$$\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j}$$

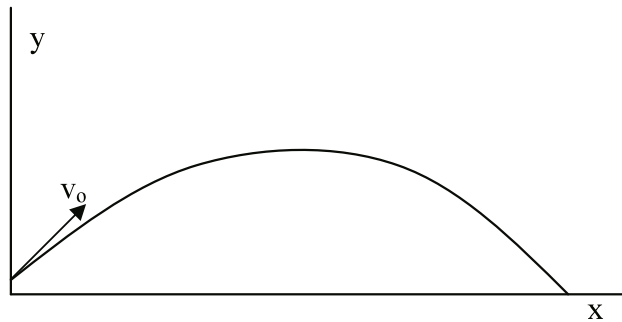
$$x = v_x \cdot t$$

$$y = v_y \cdot t$$

b) Composición de un MRU horizontal y un MRUA en el vertical

El resultado es un movimiento parabólico.

Lanzamiento oblicuo:



Eje X :  $x = x_0 + v_x(t-t_0)$

$$v_x = \text{cte} = v_{0x} = v_0 \cdot \cos\alpha$$

Eje Y:  $y = y_0 + v_{0y} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot (-9,8) \cdot t^2$

$$V_y = v_{0y} - 9,8 \cdot t$$

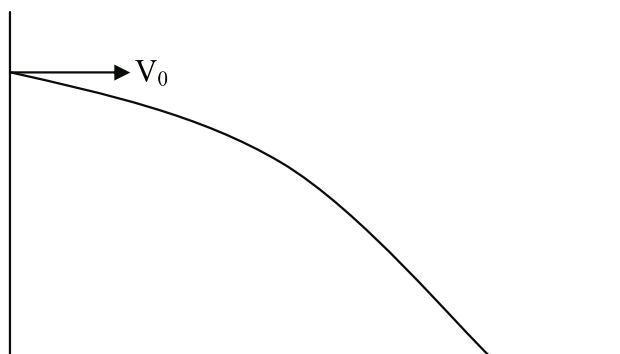
$$V_{0y} = v_0 \cdot \text{sen}\alpha$$

Condiciones:

Altura máxima:  $v_y = 0$

Alcance máximo:  $y = 0$

Lanzamiento horizontal:



Son las mismas ecuaciones que el lanzamiento oblicuo, teniendo en cuenta que:

$$v_{0y} = 0$$

$$v_{0x} = v_0$$

### EJERCICIO DE APLICACIÓN

- Una barca pretende cruzar un río con una velocidad de 12 m/s perpendicular a la corriente. La velocidad de la corriente es de 10 m/s. Calcula:

- El tiempo que tarda la barca en atravesar el río si éste tiene una anchura de 150 m.
- La distancia que recorre la barca.

### SOLUCIÓN:

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j}$$

$$\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} = 10\vec{i} + 12\vec{j}$$

$$x = v_x \cdot t$$

$$y = v_y \cdot t; 150 = 12 \cdot t; t = 12,5s$$

$$x = 10 \cdot 12,5 = 125$$

$$r = \sqrt{125^2 + 150^2} = 195,3m$$

### EJERCICIO DE APLICACIÓN

- Un futbolista chuta hacia la puerta con una velocidad de 15 m/s. Calcula:

- El alcance para un ángulo de tiro de 30°.
- El tiempo que el balón permanece en el aire.

### SOLUCIÓN

$$\text{Eje X : } x = x_0 + v_x(t-t_0)$$

$$v_x = \text{cte} = v_{0x} = v_0 \cdot \cos\alpha = 15 \cdot \cos 30^\circ$$

$$\text{Eje Y: } y = y_0 + v_{0y} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot (-9,8) \cdot t^2$$

$$V_y = v_{0y} - 9,8 \cdot t$$

$$V_{0y} = v_0 \cdot \text{sen}\alpha = 15 \cdot \text{sen} 30^\circ = 7,5 \text{ m/s}$$

$$\text{Condición de alcance máximo: } y = 0 = 7,5 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot t^2; t = 1,5 \text{ s}$$

$$x = x_0 + v_x(t-t_0) = 15 \cdot \cos 30^\circ \cdot 1,5 = 19,9 \text{ m}$$

## EJERCICIO PARA EL ALUMNO

- Un esquiador, saltador de trampolín, salta desde una altura de 20 m con una velocidad horizontal de 80 Km/h. Calcula:

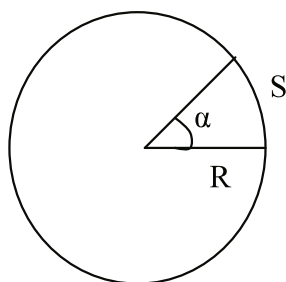
a) El tiempo que está en el aire.

b) El alcance que consigue.

Sol: a) 2 s; b) 44,4 m.

## MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME

Es aquel en que un móvil describe una trayectoria circular con velocidad angular (rad/s) constante.



$$\alpha = \alpha_0 + \omega \cdot t$$

$$v = \omega \cdot R$$

$$a_{tg} = 0 ; a_n = \frac{v^2}{R} = \omega^2 \cdot R$$

## EJERCICIO DE APLICACIÓN:

- Una rueda de 40 cm de radio gira a 42 rpm. Calcula:

a) La velocidad angular en rad/s.

b) La aceleración de un punto de la periferia.

c) El número de vueltas que da la rueda en 4 min.

## SOLUCIÓN

$$a) 42 \text{ rpm} = 42 \frac{\text{rev}}{\text{min}} \cdot 1 \frac{\text{min}}{\text{s}} \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{\text{rev}} = 1,4\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$b) a_n = \frac{v^2}{R} = \omega^2 \cdot R = (1,4\pi)^2 \cdot 0,4 = 7,7 \text{ m/s}^2$$

$$c) \alpha = \alpha_0 + \omega \cdot t = 1,4\pi \cdot 240 = 336\pi \text{ rad}$$

$$336\pi \text{ rad} \cdot \frac{1\text{vuelta}}{2\pi\text{rad}} = 168\text{vueltas}$$

### EJERCICIO PARA EL ALUMNO

- Un ciclista recorre 10260 m en 45 min a velocidad constante. Si el diámetro de las ruedas de su bicicleta es 80 cm, calcula:
  - a) La velocidad angular de las ruedas.
  - b) El ángulo girado por las ruedas en ese tiempo

Sol: a) 9,5 rad/s; b) 25650 rad.

## TEMA- FUERZAS

### OBJETIVOS

- Comprender el concepto de fuerza y sus efectos sobre los sólidos deformables y los sólidos rígidos.
- Advertir el carácter vectorial de las fuerzas.
- Expresar vectorialmente las fuerzas.
- Conocer y manejar las unidades de fuerza más usuales: el newton (N) y el kilopondio (kp).
- Conocer la ley de Hooke y ser capaz de relacionar el alargamiento de un cuerpo elástico con la fuerza aplicada sobre él.
- Comprender el concepto de fuerza resultante de un sistema de fuerzas.
- Calcular la resultante de un sistema de fuerzas concurrentes en distintas situaciones.
- Descomponer cada una de las fuerzas de un sistema en dos componentes de direcciones perpendiculares para hallar su resultante.
- Calcular analíticamente la resultante de dos fuerzas paralelas y su punto de aplicación.
- Distinguir el movimiento de traslación del movimiento de rotación de los cuerpos.
- Comprender el concepto de momento de una fuerza y su importancia como magnitud característica de las rotaciones.
- Conocer las condiciones generales del equilibrio para saber cuándo un sistema se encuentre en este estado.
- Conocer la naturaleza de las fuerzas gravitatorias, eléctricas y magnéticas.
- Utilizar la ley de gravitación universal para calcular la fuerza gravitatoria entre dos cuerpos.
- Comprender el concepto de campo gravitatorio y su relación con la fuerza gravitatoria, y calcular la intensidad del campo gravitatorio en un punto del espacio.
- Reconocer las características de un campo gravitatorio sencillo mediante sus líneas de fuerza.
- Comprender la naturaleza del campo gravitatorio de la Tierra y calcular su intensidad en un punto del espacio.
- Entender el significado de peso de un cuerpo y calcularlo a partir de la intensidad del campo gravitatorio de la Tierra.
- Utilizar la ley de Coulomb para calcular las fuerzas electrostáticas ejercidas entre cuerpos cargados eléctricamente.



- Comprender el concepto de campo eléctrico y su relación con la fuerza eléctrica y calcular la intensidad del campo eléctrico en un punto del espacio.
  - Reconocer las características de un campo eléctrico sencillo mediante sus líneas de fuerza.
  - Conocer las semejanzas y diferencias entre los campos gravitatorio y eléctrico.
  - Comprender que existe una relación entre las fuerzas aplicadas a un cuerpo y el movimiento de éste, y que de su estudio se ocupa la dinámica.
  - Comprender la primera ley de Newton y el significado de inercia de los cuerpos.
  - Comprender la segunda ley de Newton y aplicarla al estudio del movimiento de los cuerpos.
  - Comprender la tercera ley de Newton y determinar las fuerzas de acción y reacción.
  - Conocer la magnitud momento lineal o cantidad de movimiento y saber que se conserva en ausencia de fuerzas exteriores.
  - Conocer la magnitud impulso de una fuerza y su relación con la cantidad de movimiento.
- 
- Comprender, a partir de la tercera ley de Newton, el significado de fuerza normal y calcularla en distintas situaciones.
  - Conocer la existencia de fuerzas de rozamiento sobre los cuerpos y calcularlas en distintas situaciones a partir de la fuerza normal.
  - Aplicar las leyes de Newton a la resolución de problemas de cuerpos con movimiento rectilíneo, tanto en un plano horizontal como en un plano inclinado .
  - Aplicar las leyes de Newton a la resolución de problemas de sistemas de cuerpos enlazados y de cuerpos con movimiento circular .

## **1- NATURALEZA DE LAS FUERZAS**

### **a) Concepto**

Es toda acción capaz de cambiar el estado de reposo o movimiento de un cuerpo, o de producir en él alguna deformación.

### **b) Carácter vectorial**

Los efectos de una fuerza dependen de su intensidad (módulo), dirección y sentido.

### **c) Medida de las fuerzas**

La unidad de fuerza en el sistema internacional es el Newton (N), que es la fuerza que aplicada a 1 Kg de masa, le comunica una aceleración de  $1 \text{ m/s}^2$ .

**d) Ley de Hooke**

La deformación que sufre un cuerpo elástico es directamente proporcional a la fuerza aplicada.

$$F = k \cdot \Delta l$$

**EJERCICIO DE APLICACIÓN**

Un muelle cuya constante elástica vale 150 N/m tiene una longitud de 35 cm cuando no se aplica ninguna fuerza sobre él. Calcula:

- a) La fuerza que debe ejercerse sobre el muelle para que la longitud sea 45 cm.
- b) La longitud del muelle cuando se aplica una fuerza de 63 N.

**SOLUCIÓN:**

a)  $F = k \cdot \Delta l = 150 \cdot (0,45 - 0,35) = 15 \text{ N}$ .

b)  $\Delta l = \frac{63}{150} = 0,42 \text{ m}$

$l = 0,42 + 0,35 = 0,77 \text{ m}$

**EJERCICIO PARA EL ALUMNO**

Un muelle se alarga 12 cm cuando ejercemos sobre él una fuerza de 18 N. Calcula:

- a) El valor de la constante elástica del muelle.
- b) El alargamiento del muelle al aplicar una fuerza de 45 N.

Sol : a) 150 N/m; b) 0,3 m

**2- FUERZA RESULTANTE DE UN SISTEMA**

**a) Concepto**

Resultante de un sistema de fuerzas que actúa sobre un cuerpo es la suma vectorial de todas las fuerzas que actúan en el sistema.

**b) Momento de una fuerza respecto a un punto.**

Es un vector, cuyas unidades son N.m, que se obtiene multiplicando vectorialmente el vector distancia del punto al punto de aplicación de la fuerza, por el vector fuerza.

Si sobre un cuerpo actúan simultáneamente varias fuerzas, el momento resultante es igual a la suma vectorial de los momentos de cada una de las fuerzas.

### c) Condiciones generales de equilibrio

Para que no exista movimiento de traslación, la resultante del sistema de fuerzas que actúa sobre el cuerpo debe ser nula.

Para que no exista movimiento de rotación, el momento resultante del sistema de fuerzas que actúa sobre el cuerpo debe ser nulo.

## 3- INTERACCIONES FUNDAMENTALES

### a) Fuerzas gravitatorias

- **Ley de gravitación universal:** Dos partículas materiales se atraen mutuamente con una fuerza directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separan.

$$\vec{F} = -G \frac{Mm}{r^2} \vec{u}$$

Las fuerzas gravitatorias siempre son atractivas y se presentan a pares.

- Al espacio que rodea a una masa se llama **campo gravitatorio**. En cada punto del campo gravitatorio la intensidad del campo es diferente y se representa mediante un vector.

$$\vec{g} = -G \frac{M}{r^2} \vec{u}$$

La representación del campo se realiza mediante las líneas del campo. El campo gravitatorio es central.

- El **peso** de un cuerpo es la fuerza con que la Tierra lo atrae.

$$P = m \cdot g$$

## EJERCICIO DE APLICACIÓN

- Calcula el campo gravitatorio en el punto medio del segmento que une los centros de la Tierra y la Luna. Luego, calcula la fuerza gravitatoria que actúa sobre un satélite artificial de 1200 Kg de masa situado en dicho punto.

Distancia media Tierra-Luna=  $3,84 \cdot 10^8$  m;  $M_T = 5,98 \cdot 10^{24}$  Kg;  $M_L = 7,47 \cdot 10^{22}$  Kg.

### SOLUCIÓN:

El punto medio está a una distancia de cada masa  $r = 1,92 \cdot 10^8$  m

El campo gravitatorio creado por la luna en ese punto es:

$$\vec{g}_L = -G \frac{M_L}{r^2} \vec{u} = -6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{7,47 \cdot 10^{22}}{(1,92 \cdot 10^8)^2} \cdot \vec{u} = -1,35 \cdot 10^{-4} \vec{u} \text{ N/Kg}$$

El campo gravitatorio creado por la Tierra:

$$\vec{g}_T = -G \frac{M_T}{r^2} \vec{u} = -6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5,98 \cdot 10^{24}}{(1,92 \cdot 10^8)^2} \cdot \vec{u} = -1,08 \cdot 10^{-2} \vec{u} \text{ N/Kg}$$

$$\vec{g} = \vec{g}_L + \vec{g}_T = -1,1 \cdot 10^{-2} \vec{u} \text{ N/Kg}$$

Calculemos el peso del satélite en ese punto:

$$\vec{P} = m \cdot \vec{g} = 1200 \cdot (-1,1 \cdot 10^{-2}) \vec{u} = -13,2 \vec{u} \text{ Kg}$$

## EJERCICIO DE APLICACIÓN

- Determina a qué altura respecto a la superficie de la Tierra debe subir un cuerpo de 50 Kg de masa para que su peso sea de 491 N.

### SOLUCIÓN:

$$g = \frac{p}{m} = \frac{491}{50} = 9,82 \text{ N/Kg}$$

Calculamos la distancia al centro de la tierra, despejando de

$$\vec{g}_T = -G \frac{M_T}{r^2} \vec{u}$$

$$r = \sqrt{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24} / 9,82} = 6,373 \cdot 10^6 \text{ m}$$

Calculemos la altura respecto de la superficie de la Tierra:

$$H = 6,373 \cdot 10^6 - 6,37 \cdot 10^6 = 3000 \text{ m}$$

## EJERCICIO PARA EL ALUMNO

- Halla la masa de cierto planeta sabiendo que el campo gravitatorio que crea a una distancia de  $1 \cdot 10^{10}$  m de su centro es de 5N/Kg. ¿Qué fuerza gravitatoria actúa sobre una nave espacial de 6000 Kg de masa que se halla en ese punto?

Sol:  $7,50 \cdot 10^{30}$  Kg;  $3 \cdot 10^4$  N

### b) Fuerzas eléctricas

- **Ley de Coulomb** La fuerza de atracción o repulsión entre dos cargas eléctricas puntuales es directamente proporcional al producto de las cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa.

$$\vec{F} = G \frac{Qq}{r^2} \vec{u}$$

Las cargas del mismo signo se repelen y las de distinto signo se atraen. Las fuerzas eléctricas se presentan a pares.

- Al espacio que rodea a una carga se llama **campo eléctrico**. En cada punto del campo eléctrico la intensidad del campo es diferente y se representa mediante un vector.

$$\vec{E} = G \frac{Q}{r^2} \vec{u}$$

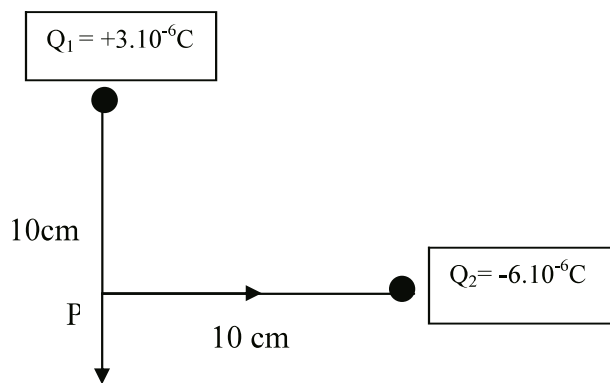
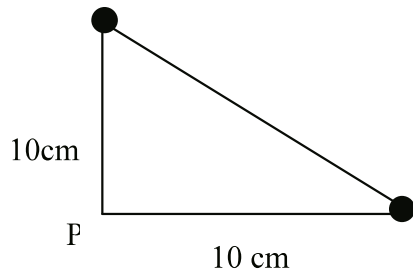
La representación del campo se realiza mediante las líneas del campo. El campo eléctrico es central.

## EJERCICIO DE APLICACIÓN

- Calcula el campo eléctrico creado por las cargas  $+ 3\mu\text{C}$  y  $- 6\mu\text{C}$  en el punto P y determina su módulo.

¿Qué fuerza actúa sobre una carga puntual  $+ 2\mu\text{C}$  al situarse en el punto P?

## SOLUCIÓN:



Aplicando la ecuación:

$$\vec{E} = k \cdot \frac{Q}{r^2} \vec{u}$$

$$\vec{E}_1 = -9 \cdot 10^9 \cdot \frac{3 \cdot 10^{-6}}{(0,1)^2} \vec{j} = -2,7 \cdot 10^6 \vec{j} \text{ N/C}$$

$$\vec{E}_2 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{6 \cdot 10^{-6}}{(0,1)^2} \vec{i} = 5,4 \cdot 10^6 \vec{i} \text{ N/C}$$

El campo total:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 5,4 \cdot 10^6 \vec{i} - 2,7 \cdot 10^6 \vec{j}$$

$$E = \sqrt{(5,4 \cdot 10^6)^2 + (2,7 \cdot 10^6)^2} = 6,04 \cdot 10^6 \text{ N/C}$$

La fuerza que actúa sobre otra carga colocada en P

$$F = 2 \cdot 10^{-6} \cdot 6,04 \cdot 10^6 = 12,08 \text{ N}$$

## EJERCICIO PARA EL ALUMNO

- Dos esferas metálicas situadas en el vacío tienen cargas eléctricas de + 12  $\mu\text{C}$  y - 64  $\mu\text{C}$ . Si sus centros están separados una distancia de 50 cm, determina:
  - a) La fuerza electrostática que se ejercen.
  - b) La distancia a la que deberíamos colocar las esferas para que esta fuerza se redujera a la mitad.

Sol: 27,6 N; 70,8 cm.

### c) Fuerzas magnéticas

Los imanes y las corrientes eléctricas crean a su alrededor campos magnéticos. Las fuerzas ejercidas entre imanes o corrientes eléctricas se denominan fuerzas magnéticas, que pueden ser de atracción o repulsión. Estos campos no son centrales y también se representan mediante líneas del campo.

## 4- FUERZAS Y MOVIMIENTO. DINÁMICA

### a) 1ª Ley de Newton o de inercia.

Un cuerpo permanece en estado de reposo o movimiento rectilíneo uniforme si no actúa ninguna fuerza sobre él, o si la resultante de las fuerzas que actúan es nula.

### b) 2ª Ley de Newton o fundamental.

Si sobre un cuerpo actúa una fuerza resultante, éste adquiere una aceleración directamente proporcional a la fuerza aplicada, siendo la masa del cuerpo la constante de proporcionalidad.

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

### c) 3ª Ley de Newton o de acción y reacción.

Si un cuerpo ejerce una fuerza sobre otro cuerpo, éste, a su vez, ejerce sobre el primero una fuerza con el mismo módulo y dirección, pero de sentido contrario.

## EJERCICIO DE APLICACIÓN

- Aplicamos una fuerza constante de 125 N a un cuerpo de 20 Kg de masa que inicialmente está en reposo. Calcula: a) la aceleración adquirida por el cuerpo; b) la distancia recorrida por éste en 5 s.

## SOLUCIÓN:

a) Despejando la aceleración de la 2ª Ley de Newton

$$a = \frac{F}{m} = \frac{125}{20} = 6,25 \text{ m/s}^2$$

Aplicando la ecuación del movimiento rectilíneo uniformemente acelerado:

$$x = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \cdot 6,25 \cdot 5^2 = 78,1 \text{ m}$$

## EJERCICIO PARA EL ALUMNO

- Dos patinadores están en reposo sobre una pista de hielo. Uno de ellos, de 75 Kg de masa, empuja al otro, de 60 Kg de masa, con una fuerza de 150 N. Calcula la aceleración adquirida por cada uno de ellos.

Sol:  $2 \text{ m/s}^2$  ;  $2,5 \text{ m/s}^2$  .

## 5- IMPULSO Y CANTIDAD DE MOVIMIENTO

**a) Momento lineal o cantidad de movimiento de un cuerpo**

Es una magnitud vectorial que se obtiene multiplicando su masa por su velocidad.

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

La resultante de todas las fuerzas aplicadas a un cuerpo es igual al cociente entre la variación de su cantidad de movimiento y el intervalo de tiempo transcurrido.

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

**Conservación de la cantidad de movimiento** Si la resultante de las fuerzas exteriores sobre un sistema es nula, la cantidad de movimiento de éste permanece constante.

$$m_1 \cdot \vec{v}_{01} + m_2 \cdot \vec{v}_{02} = m_1 \cdot \vec{v}_1 + m_2 \cdot \vec{v}_2$$

**b) Impulso de una fuerza.**

Es el producto de la fuerza por el tiempo durante el cuál ésta actúa.



**Teorema del impulso:** el impulso de la fuerza resultante que actúa sobre un cuerpo es igual a la variación de la cantidad de movimiento de dicho cuerpo.

$$\vec{F}\Delta t = m\vec{v} - m\vec{v}_0$$

### EJERCICIO DE APLICACIÓN

- Una fuerza constante de 150 N actúa durante 1 s sobre un cuerpo de 6 Kg, inicialmente en reposo. Calcula el impulso de la fuerza y la velocidad final del cuerpo.

#### SOLUCIÓN:

$$I = F \cdot \Delta t = 150 \cdot 1 = 150 \text{ N}\cdot\text{s}$$

Despejando v de la ecuación  $\vec{F}\Delta t = m\vec{v} - m\vec{v}_0$ :

$$v = \frac{150 \cdot 1 + 6 \cdot 0}{6} = 25 \text{ m/s}$$

### EJERCICIO DE APLICACIÓN

- Una bola de 225 g choca a 10 m/s con otra bola de 175 g que está en reposo. Calcula la velocidad final de la primera bola si la segunda bola sale con una velocidad de 9 m/s en la dirección y sentido iniciales de la primera.

#### SOLUCIÓN:

Aplicamos el principio de conservación de la cantidad de movimiento

$$m_1 \cdot \vec{v}_{01} + m_2 \cdot \vec{v}_{02} = m_1 \cdot \vec{v}_1 + m_2 \cdot \vec{v}_2$$

$$0,225 \cdot 10\vec{i} + 0 = 0,225 \cdot \vec{v}_1 + 0,175 \cdot 9\vec{i}$$

$$\vec{v}_1 = 3,3\vec{i} \text{ m/s}$$

### EJERCICIO PARA EL ALUMNO

- Calcula la velocidad de retroceso de un arma de fuego de 1,2 Kg de masa que dispara un proyectil de 24 g a una velocidad de 500 m/s.

Sol: - 10 m/s

## 6- APLICACIONES DE LAS LEYES DE NEWTON

### a) Fuerzas normales

Es la fuerza que ejerce la superficie de apoyo de un cuerpo sobre éste.

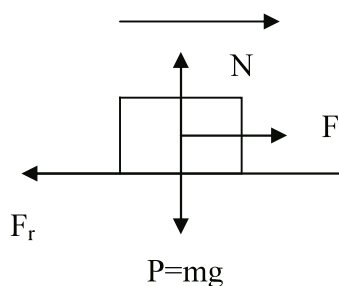
### b) Fuerzas de rozamiento

Es la fuerza que aparece en la superficie de contacto de los cuerpos, oponiéndose al movimiento de éstos.

$$\vec{F} = \mu \cdot \vec{N}$$

## EJERCICIO DE APLICACIÓN

- Un cuerpo de 20 Kg está en reposo sobre un plano horizontal. Calcula los coeficientes de rozamiento estático y cinético si hay que aplicar una fuerza de 78,4 N paralela al plano para que empiece a deslizarse y otra de 39,2 N, para que mantenga su MRU.



$$\vec{F} = \mu \cdot \vec{N};$$

$$N = P = m \cdot g$$

El coeficiente de rozamiento estático:

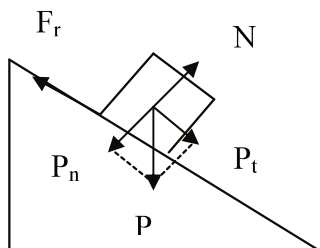
$$\mu = \frac{78,4}{20 \cdot 9,8} = 0,4$$

El coeficiente de rozamiento dinámico:

$$\mu = \frac{39,2}{20 \cdot 9,8} = 0,2$$

- Un cuerpo baja a velocidad constante por una superficie inclinada  $31^\circ$  con respecto a la horizontal. Calcula el coeficiente de rozamiento cinético.

### SOLUCIÓN:



$$P_t = F_r$$

$$P \cdot \text{sen} \alpha = \mu \cdot P \cdot \text{cos} \alpha$$

$$\mu = \frac{\text{sen} 31^\circ}{\text{cos} 31^\circ} = 0,6$$

### EJERCICIO PARA EL ALUMNO

- Se deja caer un cuerpo por un plano inclinado  $30^\circ$  con respecto a la horizontal. Calcula la aceleración del cuerpo si a) no hay rozamiento; b) si el coeficiente de rozamiento es 0,5.

Sol:  $4,9 \text{ m/s}^2$  ;  $0,66 \text{ m/s}^2$ .

### 7- DINÁMICA DE CUERPOS ENLAZADOS

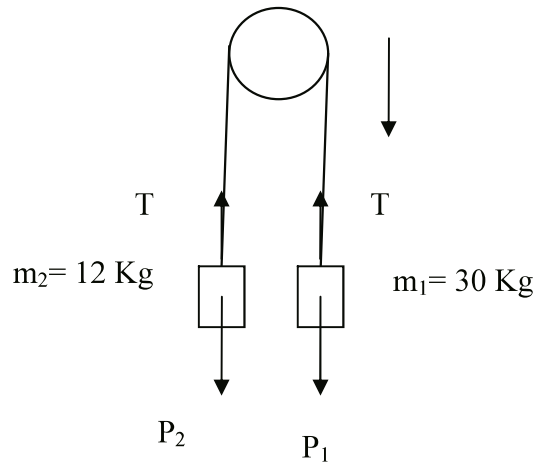
El sistema consta de una polea y de hilo inextensible de masa despreciable, que pasa por la garganta de la polea. De cada uno de los extremos del hilo se puede colgar un cuerpo.

Del extremo de cada cuerda actúa una fuerza denominada tensión.

### EJERCICIO DE APLICACIÓN

- De los extremos de la cuerda de una polea cuelgan dos cuerpos de 30 y 12 Kg. Calcula: a) la aceleración del sistema; b) la tensión de la cuerda.

### SOLUCIÓN:



$$P_1 - T = m_1 \cdot a$$

$$P_1 = m_1 \cdot g$$

$$P_2 = m_2 \cdot g$$

$$T - P_2 = m_2 \cdot a$$

Despejando la aceleración:

$$a = \frac{30 - 12}{30 + 12} \cdot 9,8 = 4,2 \text{ m/s}^2$$

Sustituyendo para calcular la tensión:

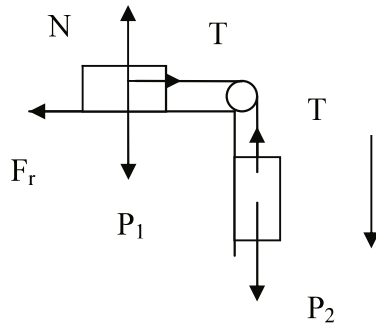
$$T = 30 \cdot (9,8 - 4,2) = 168 \text{ N.}$$

### EJERCICIO DE APLICACIÓN

- Calcula la aceleración del sistema de la figura y la tensión de la cuerda si el coeficiente de rozamiento cinético entre el primer cuerpo y la superficie es 0,5.

DATOS:  $m_1 = 20 \text{ Kg}$ ;  $m_2 = 12 \text{ Kg}$

### SOLUCIÓN:



$$P_2 - T = m_2 \cdot a$$

$$T - F_r = T - P_1 = m_1 \cdot a$$

Despejando la aceleración del sistema:

$$a = 9,8 \cdot \frac{12 - 20 \cdot 0,5}{20 + 12} = 0,6$$

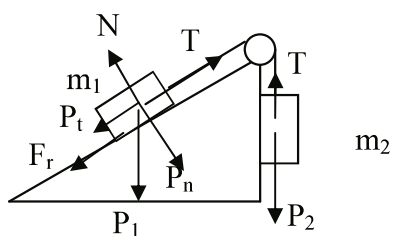
Sustituyendo, en una de las dos ecuaciones, para calcular la tensión:

$$T = 12 \cdot (9,8 - 0,6) = 110,3 \text{ N}$$

### EJERCICIO DE APLICACIÓN

- Calcula la aceleración del sistema de la figura y la tensión de la cuerda si el coeficiente de rozamiento cinético entre el primer cuerpo y la superficie es 0,2. DATOS:  $m_1 = 12 \text{ Kg}$ ;  $m_2 = 2 \text{ Kg}$ ; ángulo del plano  $30^\circ$

### SOLUCIÓN:



$$\text{Cuerpo 1: } P_1 - T - F_r = m_1 \cdot a$$

$$\text{Cuerpo 2: } T - P_2 = m_2 \cdot a$$

Resolviendo el sistema y sustituyendo:

$$a = 9,8 \cdot \frac{12(\text{sen}30^\circ - 0,2 \cdot \text{cos}30^\circ) - 2}{12 + 2} = 1,3 \text{ m/s}^2$$

Sustituyendo en cualquiera de las dos ecuaciones, calculamos la tensión:

$$T = 2(1,3 + 9,8) = 22,2 \text{ N}$$

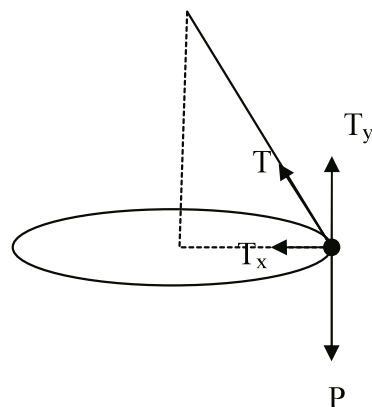
## 8- DINÁMICA DEL MOVIMIENTO CIRCULAR

Siempre que existe un movimiento circular se debe a la presencia de una fuerza llamada centrípeta, que tiene la misma dirección y sentido que la aceleración centrípeta, es decir, se dirige al centro de la curva.

### EJERCICIO DE APLICACIÓN

- Se ata una bola al extremo de una cuerda de 70 cm de longitud y se hace girar en el aire con una velocidad constante en módulo. Si la cuerda forma un ángulo de  $45^\circ$  con la vertical, calcula: a) la velocidad de la bola; b) el tiempo que tarda la bola en dar una vuelta completa; c) el número de vueltas que da la bola en un minuto.

### SOLUCIÓN:



a) Eje X :  $T_x = F_c$  ;  $T \cdot \text{sen}\alpha = m \cdot \frac{v^2}{R}$   
 Eje y :  $T_y = P$  ;  $T \cdot \text{cos}\alpha = m \cdot g$

Resolviendo el sistema:

$$v = \sqrt{0,5 \cdot 9,8 \cdot \text{tg}45^\circ} = 2,2 \text{ m/s}$$

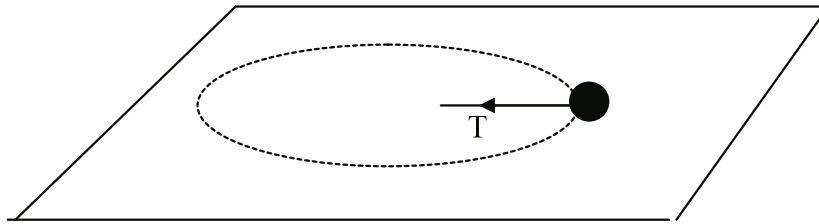
b)  $T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi \cdot 0,5}{2,2} = 1,4 \text{ s}$

c)  $\omega = \frac{v}{R} = \frac{2,2}{0,5} = 4,4 \text{ rad/s} = 42 \text{ rev/min}$

### EJERCICIO DE APLICACIÓN

- Se ata una bola de 0,5 Kg de masa al extremo de una cuerda de 1,5 m de longitud y se la hace girar en un plano horizontal, sobre el que se apoya y con el que no tiene rozamiento, con velocidad constante de 10 m/s. Calcula la tensión de la cuerda.

**SOLUCIÓN:**



$$T = F_c = m \cdot \frac{v^2}{R} = 0,5 \cdot \frac{10}{1,5} = 33,3N$$

### EJERCICIO DE APLICACIÓN

- Calcula la máxima velocidad con la que un automóvil puede tomar una curva plana de 75 m de radio sin derrapar, si el coeficiente de rozamiento estático entre los neumáticos y la carretera es de 0,24.

Sol: 13,3 m/s

### SOLUCIÓN:

Para que el coche no derrape:

$$F_r = F_c$$

$$\mu \cdot mg = m \cdot \frac{v^2}{R}$$

Despejando la velocidad:

$$V = \sqrt{0,24 \cdot 9,8 \cdot 75} = 13,3m/s$$

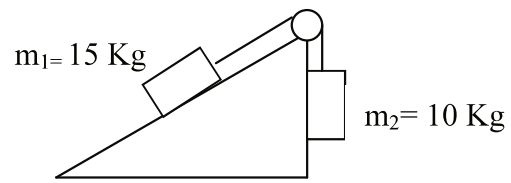
### EJERCICIOS PARA EL ALUMNO

Calcula la fuerza centrípeta necesaria para que un automóvil de 2400 Kg de masa tome una curva plana de 25 m de radio a una velocidad de 54 Km/h.

Calcula la aceleración del sistema de la figura y la tensión de la cuerda si: a) no hay rozamiento; b) el coeficiente de rozamiento cinético entre el cuerpo 1 y la superficie es de 0,3.

Sol: a)  $1,9 \text{ m/s}^2$  ; 79 N; b)  $0,25 \text{ m/s}^2$  , 95,5 N.





# TEMA - TRABAJO Y ENERGÍA

## OBJETIVOS

- Conocer las distintas formas de energía.
- Considerar el trabajo mecánico como una forma de transferencia de energía entre los cuerpos.
- Calcular el trabajo de una fuerza constante y el trabajo de la fuerza resultante cuando un cuerpo está sometido a varias fuerzas.
- Calcular el trabajo de una fuerza que varía con la posición a partir de la representación gráfica de su componente tangencial en función de la posición.
- Conocer la expresión de la energía cinética de un cuerpo en movimiento.
- Interpretar, a partir del teorema de las fuerzas vivas, la relación entre el trabajo de la fuerza resultante y la energía cinética de un cuerpo.
- Comprender que el trabajo que se realiza contra una fuerza conservativa queda almacenado en forma de energía potencial y puede recuperarse íntegramente.
- Conocer la expresión de la energía potencial gravitatoria de un cuerpo.
  
- Conocer el principio de conservación de la energía mecánica y utilizarlo para resolver problemas de movimiento de cuerpos en el campo gravitatorio terrestre.
- Comprender el concepto de potencia y calcular la potencia mecánica desarrollada por un sistema.
- Comprender los conceptos de energía potencial electrostática y potencial eléctrico en un punto, calcular su valor en situaciones sencillas.
- Calcular la diferencia de potencial entre dos puntos y el trabajo necesario para trasladar una carga de punto a otro.

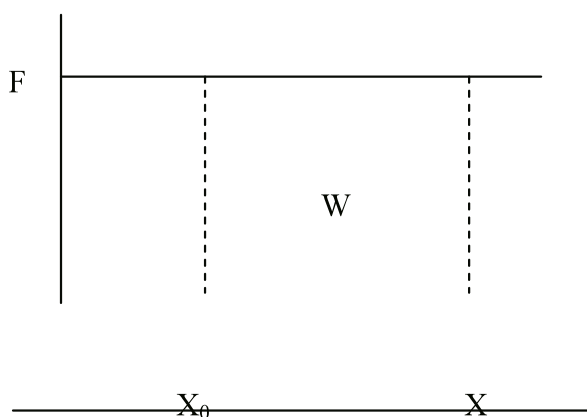
## 1. TRABAJO

Es el producto escalar de la fuerza aplicada al cuerpo por el vector desplazamiento. Por lo tanto es una magnitud escalar.

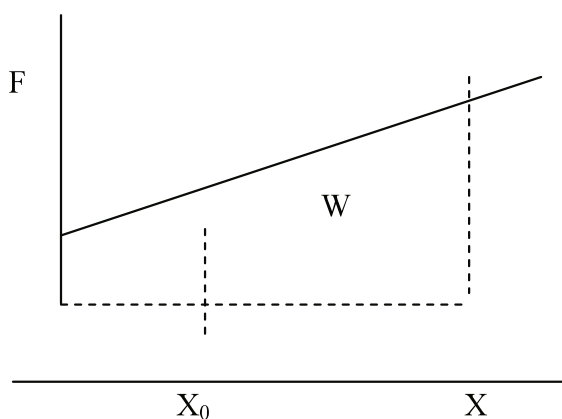
$$W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = F \cdot \Delta r \cdot \cos \alpha$$

Su unidad en el sistema internacional es el Julio, que es el trabajo que realiza la fuerza de un Newton, cuando el desplazamiento provocado es de 1 m.

Interpretación gráfica del resultado cuando la fuerza es constante:



Interpretación gráfica del resultado cuando la fuerza es variable linealmente:



### EJERCICIO DE APLICACIÓN

Calcula el trabajo realizado al empujar un baúl por el suelo, a lo largo de una distancia de 5 m, con una fuerza constante de 50 N si: a) la fuerza se aplica en la misma dirección y sentido que el desplazamiento; b) La fuerza forma un ángulo de  $30^\circ$  con el desplazamiento.

### SOLUCIÓN:

$$W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = F \cdot \Delta r \cdot \cos \alpha = 50 \cdot 5 \cdot \cos 0 = 250 \text{ J}$$

$$W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = F \cdot \Delta r \cdot \cos \alpha = 50 \cdot 5 \cdot \cos 30^\circ = 216,5 \text{ J}$$

## EJERCICIO PARA EL ALUMNO

Un cuerpo de 20 Kg desciende 2,5 m por un plano inclinado de  $30^\circ$  con respecto a la horizontal. Si el coeficiente de rozamiento es de 0,35, calcula el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento.

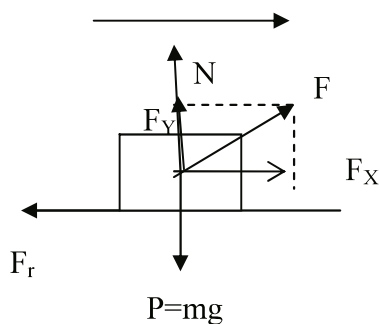
Sol: - 148,5 J

El trabajo de la fuerza resultante es igual a la suma de los trabajos realizados por cada una de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo.

## EJERCICIO DE APLICACIÓN

Un cuerpo de 10 Kg se desplaza horizontalmente 2 m por acción de una fuerza constante de 60 N, que forma un ángulo de  $30^\circ$  con la horizontal. Si el coeficiente de rozamiento es de 0,3, calcula el trabajo de cada una de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo y el trabajo de la fuerza resultante.

## SOLUCIÓN:



El trabajo realizado por las fuerzas perpendiculares al movimiento es cero.

El trabajo realizado por la  $F_r = \mu \cdot N = \mu(P - F \cdot \text{sen} \alpha) = 0,3(10 \cdot 9,8 - 60 \cdot \text{sen} 30^\circ) = 20,4 \text{ N}$

$$W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r} = F \cdot \Delta r \cdot \cos \alpha = 20,4 \cdot 2 \cdot \cos 180^\circ = -40,8 \text{ J}$$

El trabajo realizado por F:

$$W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r} = F \cdot \Delta r \cdot \cos \alpha = 60 \cdot 2 \cdot \cos 30^\circ = 103,9 \text{ J}$$

Trabajo total:

$$W = -40,8 + 103,9 = 63,1 \text{ J}$$

## **1- ENERGÍA CINÉTICA**

Es la capacidad que posee un cuerpo para realizar trabajo por el hecho de estar en movimiento.

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2$$

El trabajo realizado sobre un cuerpo por la fuerza resultante se invierte en variar su energía cinética

$$W = \Delta E_c = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

### **EJERCICIO DE APLICACIÓN**

Un automóvil de 1200 Kg que circula a 72 Km/h frena uniformemente y se detiene tras recorrer una distancia de 30 m. Calcula la fuerza aplicada para detenerlo

### **SOLUCIÓN:**

$$W = -F \cdot \Delta x = \Delta E_c = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

$$F = -\frac{E_c - E_{c_0}}{\Delta x} = \frac{0 - \frac{1}{2}1200 \cdot (20)^2}{30} = 8000N$$

### **EJERCICIO PARA EL ALUMNO**

Un cuerpo de 10 Kg se desliza sobre una superficie horizontal con una velocidad inicial de 15 m/s. Si el coeficiente de rozamiento es de 0,2, calcula la distancia que recorre el cuerpo antes de detenerse.

Sol: 57,4 m.

## **2- ENERGÍA POTENCIAL GRAVITATORIA**

Es la energía que poseen los cuerpos por el hecho de hallarse a cierta altura sobre la superficie terrestre.

$$E_p = mgh$$

El trabajo realizado sobre un cuerpo por la fuerza resultante se invierte en variar su energía potencial

$$W = \Delta E_p = mgh - mgh_0$$

### **EJERCICIO DE APLICACIÓN**

- Un cuerpo de 15 Kg está situado a 50 m de altura sobre el suelo. Calcula:
  - a) su energía potencial gravitatoria.
  - b) El trabajo necesario para elevar el cuerpo desde su posición hasta una altura de 80 m.

### **SOLUCIÓN:**

$$E_p = mgh = 15 \cdot 9,8 \cdot 50 = 7350 \text{ J}$$

$$W = \Delta E_p = mgh - mgh_0 = 15 \cdot 9,8(80-50) = 4410 \text{ J}$$

### **EJERCICIO PARA EL ALUMNO**

- Determina qué distancia debe ascender un cuerpo de 2 Kg para que su energía potencial aumente 125 J.

Calcula el trabajo necesario para elevar el cuerpo.

SOL: 6,4 m; 125 J

## ENERGÍA MECÁNICA

$$E = E_c + E_p$$

### 4-CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA

Si las únicas fuerzas que realizan trabajo sobre un cuerpo son conservativas, la energía mecánica del cuerpo permanece constante.

$$E_c + E_p = E_{c_f} + E_{p_f}$$

$$\frac{1}{2}mv_0^2 + mgh_0 = \frac{1}{2}mv_f^2 + mgh_f$$

Si durante el movimiento interviene alguna fuerza no conservativa, como el rozamiento, la energía mecánica no se conserva

$$W_{\text{fnc}} = E_c + E_p - E_{c_0} + E_{p_0}$$

### **EJERCICIO DE APLICACIÓN**

Un lápiz de 10 g cae al suelo desde 75 cm de altura. Calcula:

- Su energía mecánica en el instante inicial.
- Su velocidad a una altura de 25 cm del suelo.
- Su velocidad al llegar al suelo.

### **SOLUCIÓN:**

a)  $E_{m_0} = 0 + 0,01 \cdot 9,8 \cdot 0,75 = 0,07 J$

b)  $E_c + E_p = E_{c_f} + E_{p_f}$

$$0 + mgh_0 = \frac{1}{2}mv_f^2 + mgh_f$$

$$v_f = \sqrt{2g(h_0 - h_f)} = \sqrt{2 \cdot 9,8(0,75 - 0,25)} = 3,1 m/s$$

c)

$$0 + mgh_0 = \frac{1}{2}mv_f^2 + 0$$

$$v_f = \sqrt{2g(h_0)} = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 0,75} = 3,8 \text{ m/s}$$

## EJERCICIO PARA EL ALUMNO

Un cuerpo de 5 Kg cae desde el punto mas alto de un plano de 6 m de longitud inclinado  $30^\circ$  con respecto a la horizontal. Despreciando el rozamiento, calcula:

- La energía mecánica del cuerpo en el instante inicial.
- La velocidad del cuerpo en el punto medio del plano inclinado.
- La velocidad del cuerpo al llegar al suelo.

Sol: a) 147 J; b) 5,4 m/s; c) 7,7 m/s.

## 3- POTENCIA

Es el trabajo realizado por un sistema en la unidad de tiempo, es decir es el cociente entre el trabajo realizado y el tiempo empleado.

$$P = \frac{W}{t}$$

Si la velocidad del móvil es constante la potencia es:

$$P = F \cdot v$$

La unidad potencia en el SI es el vatio,  $W = J/s$

Otra unidad muy utilizada es el caballo de vapor:

$$1 \text{ CV} = 735,5 \text{ W}$$

## EJERCICIO DE APLICACIÓN

- Calcula qué potencia debe tener el motor de un montacargas para subir una carga de 600 Kg a una velocidad constante de 100 m por minuto. Exprésale en vatios y en caballos de vapor

### SOLUCIÓN:

$$100 \text{ m/min} = 1,6 \text{ m/s}$$

El montacargas debe vencer el peso del cuerpo



$$F = m \cdot g = 600 \cdot 9,8 = 5880 \text{ N}$$

$$P = F \cdot v = 5880 \cdot 1,6 = 9800 \text{ W}$$

$$9800 \text{ W} \cdot \frac{1 \text{ CV}}{735,5 \text{ W}} = 13,3 \text{ CV}$$

## EJERCICIO PARA EL ALUMNO

- Una grúa eleva una carga a una velocidad constante de 0,05 m/s. Calcula la masa elevada si la potencia del motor es de 0,25 CV

Sol: 375,2 Kg

## 4- ENERGÍA POTENCIAL ELECTROSTÁTICA

Es la energía que posee una carga por la posición que ocupa en el espacio cuando actúa sobre ella un campo eléctrico. Su unidad en el SI es el Julio.

$$E_p = K \frac{Q \cdot q}{r}$$

**Potencial eléctrico** en un punto del espacio es la energía potencial electrostática que tendría la unidad de carga positiva situada en dicho punto. Su unidad es el Voltio. El potencial eléctrico creado en un punto por un sistema de varias cargas es igual a la suma de los potenciales creados por cada una de ellas.

$$V = K \frac{Q}{r}$$

La relación entre la Energía potencial y el potencial eléctrico es :

$$E_p = q \cdot V$$

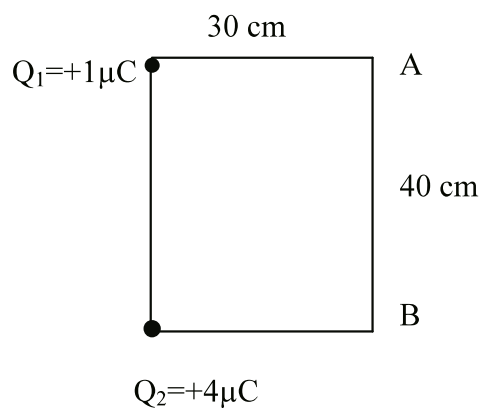
**Diferencia de potencial entre dos puntos** es el trabajo que debemos realizar para desplazar la unidad de carga positiva a velocidad constante desde un punto al otro.

$$W_{AB} = q (V_A - V_B)$$

### EJERCICIO DE APLICACIÓN

Calcula el trabajo necesario para llevar una carga  $q = +5\mu\text{C}$  desde el punto A hasta el punto B de la figura, situados ambos en el vacío.

### SOLUCIÓN:



$$Q_1 = +1\mu\text{C} = 1 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

$$Q_2 = +4\mu\text{C} = 4 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

$$r_{1B} = r_{2A} = 0,5 \text{ m}$$

Utilizando la ecuación  $V = K \frac{Q}{r}$

En el punto A:

$$V_A = V_{1A} + V_{2A} = 9 \cdot 10^9 \cdot \left( \frac{10^{-6}}{0,3} + \frac{4 \cdot 10^{-6}}{0,5} \right) = 1,02 \cdot 10^5 \text{ V}$$

En el punto B:

$$V_B = V_{1B} + V_{2B} = 9 \cdot 10^9 \cdot \left( \frac{10^{-6}}{0,5} + \frac{4 \cdot 10^{-6}}{0,3} \right) = 1,38 \cdot 10^5 \text{ V}$$

Calculamos el trabajo:

$$W_{AB} = q (V_A - V_B) = 5 \cdot 10^{-6} ( 1,02 \cdot 10^5 - 1,38 \cdot 10^5 ) = - 0,18 \text{ J}$$

## EJERCICIO PARA EL ALUMNO

Dos cargas eléctricas  $-240 \text{ nC}$  y  $360 \text{ nC}$ , están situadas en los puntos  $(-2, -4) \text{ m}$  y  $(7, 6) \text{ m}$  respectivamente. Determina el potencial eléctrico, en el punto  $(2, -1) \text{ m}$ .

Sol:  $-55,3 \text{ V}$ .